全品

教辅图书 功能学具 学生之家

基础教育行业专研品牌

30+年创始人专注教育行业

全品智能作业

AI智慧升级版

QUANPIN ZHINENGZUOYE

高中数学5 | 选择性必修第一册 RJA

主 编 肖德好

本书为智慧教辅升级版

“讲题智能体” 支持学生聊着学，扫码后哪里不会选哪里；随时随地想聊就聊，想问就问。

天津出版传媒集团

天津人民出版社

图书介绍

编写依据

以新教材为本，以课程标准（2017年版2020年修订）为纲。

选题依据

· 研究新教材使用地区最新题源，研究新教材新课标形式下的同步命题特点。

· 选题注重落实必备知识，满足同步教学中的基础性要求，兼顾一定的综合性。

· 强调试题的灵活性、创新性，拓展学科知识的探究性和应用性。

▼ 课时作业

特点一 夯实基础 分层递进

- 基础夯实——巩固必备知识，强化基本技能
- 素养提能——提升科学素养，形成关键能力
- 思维训练——深化数学探究，拓展思维视野

特点二 细分课时 紧跟方向
直击考点 精准突破

- 专 题 突 破 练——讲次重难点，重点专题复习
- 热点题型探究—— 题型方法全面概括，解析本章考试热点难点

▼ 素养测评卷

单元素养测评卷
阶段素养测评卷
——知识覆盖到位，有助查漏补缺

模块素养测评卷——覆盖全书知识，精准备战期末

精选一线好题，拒绝知识倒挂、选题超纲现象，

助力同步高效学习！

CONTENTS 目录

03 第三章 圆锥曲线的方程

素养测评卷

第一章　空间向量与立体几何

1.1　空间向量及其运算

1.1.1　空间向量及其线性运算

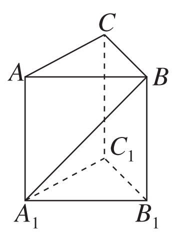
基础夯实篇

1. ［2025·河南周口高二期中］给出下列说法：
①零向量的方向是任意的；
②若两个空间向量相等，则它们的起点相同，终点也相同；
③若空间向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 满足 $|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|$，则 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$；
④空间中任意两个单位向量必相等.
其中正确说法的个数为　（　）
A. 4　B. 3　C. 2　D. 1

2. 在正方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中，下列向量为向量 $\overrightarrow{AD_1}$ 的相反向量的是　（　）
A. $\overrightarrow{C_1B}$　B. $\overrightarrow{BC_1}$
C. $\overrightarrow{B_1A}$　D. $\overrightarrow{AB_1}$

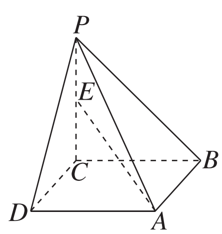
3. 在长方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中，$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA_1}=$　（　）
A. $\overrightarrow{CB_1}$　B. $\overrightarrow{BC_1}$　C. $\overrightarrow{CA_1}$　D. $\overrightarrow{AC_1}$

4. 如图，在直三棱柱 $ABC\text{-}A_1B_1C_1$ 中，若 $\overrightarrow{CA}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{CB}=\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{CC_1}=\boldsymbol{c}$，则 $\overrightarrow{A_1B}=$　（　）
A. $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}$
B. $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}$
C. $-\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}$
D. $-\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}$



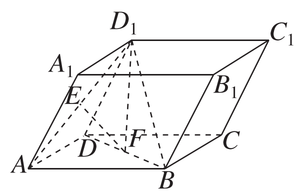
5. 已知四边形 $ABCD$，O 为空间任意一点，且 $\overrightarrow{AO}+\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{DO}+\overrightarrow{OC}$，则四边形 $ABCD$ 是　（　）
A. 平行四边形　B. 空间四边形
C. 等腰梯形　D. 矩形

6. （多选题）［2025·甘肃白银高二期中］如图，在底面为平行四边形的四棱锥 $P\text{-}ABCD$ 中，E 为 PC 的中点，则　（　）
A. $\overrightarrow{PA}=\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PD}-\overrightarrow{PC}$
B. $\overrightarrow{PA}=\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC}-\overrightarrow{PD}$
C. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AP}=\overrightarrow{AE}$
D. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AP}=2\overrightarrow{AE}$



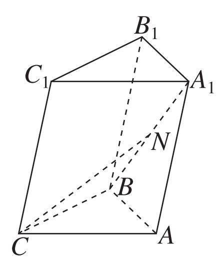
7. ［2024·辽宁本溪高二期中］设向量 $\boldsymbol{e}_1$，$\boldsymbol{e}_2$，$\boldsymbol{e}_3$ 不共面，已知 $\overrightarrow{AB}=-3\boldsymbol{e}_1-\boldsymbol{e}_2+2\boldsymbol{e}_3$，$\overrightarrow{BC}=\boldsymbol{e}_1+\lambda\boldsymbol{e}_2-6\boldsymbol{e}_3$，$\overrightarrow{CD}=4\boldsymbol{e}_1+2\boldsymbol{e}_2+8\boldsymbol{e}_3$，若 A，C，D 三点共线，则 $\lambda=$________.

8. 如图，在平行六面体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中，设 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{AA_1}=\boldsymbol{c}$，$E$，$F$ 分别是 AD_1，BD 的中点.
(1)用向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{c}$ 表示 $\overrightarrow{D_1B}$，$\overrightarrow{EF}$；
(2)若 $\overrightarrow{D_1F}=\frac{1}{2}\boldsymbol{a}+y\boldsymbol{b}+z\boldsymbol{c}$，求实数 y，z 的值.



素养提能篇

9. 如图所示，在三棱柱 $ABC\text{-}A_1B_1C_1$ 中，N 是 A_1B 的中点，若 $\overrightarrow{CA}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{CB}=\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{CC_1}=\boldsymbol{c}$，则 $\overrightarrow{CN}=$　（　）
A. $\frac{1}{2}(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c})$
B. $\frac{1}{2}(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})$
C. $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\frac{1}{2}\boldsymbol{c}$
D. $\frac{1}{2}\boldsymbol{a}+(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})$



10. 给出下列说法：

①若 A,B,C,D 是空间任意四点，则有 $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DA}=\mathbf{0}$；

②$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}|-|\boldsymbol{b}|$是 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 共线的充要条件；

③若 $AB/\!/CD$，则 $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CD}$ 共线；

④对空间任意一点 O 与不共线的三点 A,B,C，若 $\overrightarrow{OP}=x\overrightarrow{OA}+y\overrightarrow{OB}+z\overrightarrow{CO}$ 且 $x+y-z=1$(其中 $x,y,z\in\mathbf{R}$)，则 P,A,B,C 四点共面.

其中错误说法的个数是 （　）

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

11. 已知 $\overrightarrow{MA},\overrightarrow{MB}$ 是空间中两个不共线的向量，$\overrightarrow{MC}=5\overrightarrow{MA}-3\overrightarrow{MB}$，那么必有 （　）

A. $\overrightarrow{MA},\overrightarrow{MC}$ 共线

B. $\overrightarrow{MB},\overrightarrow{MC}$ 共线

C. $\overrightarrow{MA},\overrightarrow{MB},\overrightarrow{MC}$ 共面

D. $\overrightarrow{MA},\overrightarrow{MB},\overrightarrow{MC}$ 不共面

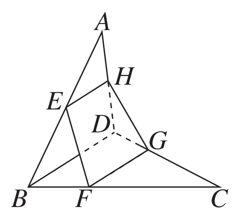
12. (多选题)如图，四边形 $ABCD$ 是空间四边形，E,H 分别是AB,AD 的中点，F,G 分别是CB，CD 上的点，且 $\overrightarrow{CF}=\frac{2}{3}\overrightarrow{CB},\overrightarrow{CG}=\frac{2}{3}\overrightarrow{CD}$，则 （　）

A. $\overrightarrow{FG}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BD}$

B. $\overrightarrow{EH}=\frac{3}{4}\overrightarrow{FG}$

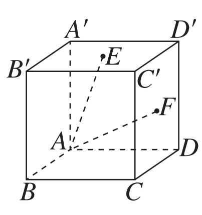
C. $\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{HG}$

D. 四边形 $EFGH$ 是梯形



13. 已知点 P 在$\triangle ABC$ 所在平面内，O 为空间中任一点，若 $\overrightarrow{OP}=\frac{1}{2}\overrightarrow{OA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{OB}+x\overrightarrow{OC}$，则 $x=$________.

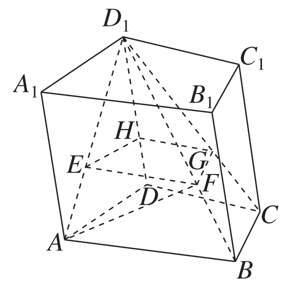
14. [2024·山东师大附中高二月考] 如图，已知正方体 $ABCD\text{-}A'B'C'D'$，E,F 分别是正方形 $A'B'C'D'$和正方形 $CC'D'D$ 的中心. 若 $\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{AF}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AD}+x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AA'}$($x,y\in\mathbf{R}$)，则 $x+y=$________.



15. 如图，在四棱柱 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中，$\overrightarrow{D_1E}=k\overrightarrow{D_1A},\overrightarrow{D_1F}=k\overrightarrow{D_1B},\overrightarrow{D_1G}=k\overrightarrow{D_1C},\overrightarrow{D_1H}=k\overrightarrow{D_1D},k\in\mathbf{R}$.

(1)当 $k=\frac{3}{4}$时，试用 $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AA_1}$ 表示 $\overrightarrow{AF}$；

(2)证明：E,F,G,H 四点共面.



思维训练篇

16. [2024·湖北襄阳高二期中] 已知三棱锥 $P\text{-}ABC$ 的体积为 13，M 是空间中一点，$\overrightarrow{PM}=-\frac{1}{13}\overrightarrow{PA}+\frac{3}{13}\overrightarrow{PB}+\frac{4}{13}\overrightarrow{PC}$，则三棱锥 $A\text{-}MBC$ 的体积是 （　）

A. 5　　B. 6　　C. 7　　D. 8

17. 在平面上有如下命题："若点 O 为直线AB 外的一点，则点 P 在直线 AB 上的充要条件是存在实数λ,μ 满足 $\overrightarrow{OP}=\lambda\overrightarrow{OA}+\mu\overrightarrow{OB}$，且 $\lambda+\mu=1$."类比此命题，给出空间某点在某一平面上的充要条件并加以证明.

1.1.2 空间向量的数量积运算

基础夯实篇

1. 在正四面体 $ABCD$ 中，$\overrightarrow{BC}$ 与 $\overrightarrow{CD}$ 的夹角等于 ( )

A. 30° B. 60°

C. 150° D. 120°

2. 已知正方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1，则 $(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD})\cdot(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA_1})=$ ( )

A. 1 B. 0

C. -1 D. 2

3. [2024·江苏宿迁高二期中] 已知空间单位向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 两两垂直，则 $|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}|=$ ( )

A. $\sqrt{3}$ B. $\sqrt{6}$

C. 3 D. 6

4. 对于任意空间向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$，下列说法正确的是 ( )

A. 若 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b},\boldsymbol{b}\perp\boldsymbol{c}$，则 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{c}$

B. $\boldsymbol{a}\cdot(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})=\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}+\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{c}$

C. 若 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}<0$，则 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 的夹角是钝角

D. $(\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b})\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}(\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{c})$

5. 在正方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中，向量 $\overrightarrow{BD_1}$ 在向量 $\overrightarrow{DA}$ 上的投影向量是 ( )

A. $\frac{1}{2}\overrightarrow{DA}$ B. $\overrightarrow{DA}$

C. $-\frac{1}{2}\overrightarrow{DA}$ D. $-\overrightarrow{DA}$

6. (多选题)已知空间向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$，则下列说法正确的是 ( )

A. 若 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b},\boldsymbol{b}/\!/\boldsymbol{c}$，则 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{c}$

B. 若 $\boldsymbol{c}=x\boldsymbol{a}+y\boldsymbol{b}(x,y\in\mathbf{R})$，则 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 共面

C. 若 $|\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}|\cdot|\boldsymbol{b}|$，则 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 共线

D. 若 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{c}$，且 $\boldsymbol{b}\neq\boldsymbol{0}$，则 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{c}$

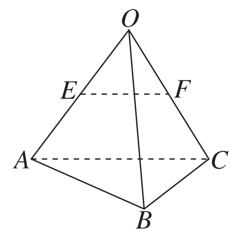
7. [2024·山东济宁嘉祥一中高二期中] 在四棱柱 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中，若底面 $ABCD$ 是边长为 1 的正方形，$AA_1=2$，$\angle BAA_1=\angle DAA_1=\frac{\pi}{3}$，则 AC_1 的长为________.

8. 如图所示，已知正四面体 $OABC$ 的棱长为 1，E，F 分别是 OA，OC 的中点. 求：

(1) $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}$；

(2) $\overrightarrow{EF}\cdot\overrightarrow{CB}$；

(3) $(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB})\cdot(\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB})$.



素养提能篇

9. [2024·江苏南通高二期末] 已知平行六面体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中，$AA_1=3$，$BD=4$，$\overrightarrow{AD_1}\cdot\overrightarrow{DC}-\overrightarrow{AB_1}\cdot\overrightarrow{BC}=5$，则 $\cos\langle\overrightarrow{AA_1},\overrightarrow{BD}\rangle=$ ( )

A. $\frac{5}{12}$ B. $-\frac{5}{12}$ C. $\frac{4}{15}$ D. $-\frac{4}{15}$

10. 设 A,B,C,D 是空间不共面的四个点，且满足 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=0$，$\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AC}=0$，$\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AB}=0$，则 $\triangle BCD$ 的形状是 ( )

A. 钝角三角形 B. 直角三角形

C. 锐角三角形 D. 无法确定

11. (多选题)[2024·河北沧州高二期末] 在棱长为 2 的正四面体 $ABCD$ 中，E，F 分别是 AD，BC 的中点，G 是 $\triangle BCD$ 的重心，则下列结论正确的是 ( )

A. $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD}=0$

B. $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{EF}=2$

C. $\overrightarrow{EF}$ 在 $\overrightarrow{AB}$ 上的投影向量为 $\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$

D. $\overrightarrow{EG}=\frac{1}{3}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AD})$

12. (多选题)已知四面体 $ABCD$ 的所有棱长均为 2,点 E,F 分别为棱 AB,CD 的中点,则下列结论正确的是 ( )

A. $\overrightarrow{AF}/\!/\overrightarrow{CE}$

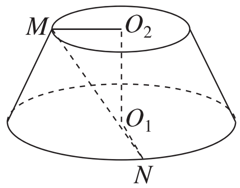
B. $\overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{CD}$

C. $\overrightarrow{AF}\cdot\overrightarrow{CB}=1$

D. $2\overrightarrow{EF}=-\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}$

13. 已知 a,b 是异面直线,$A\in a,B\in a,C\in b,D\in b,AC\perp b,BD\perp b$,且 $AB=2,CD=1$,则 a 与 b 所成的角为________.

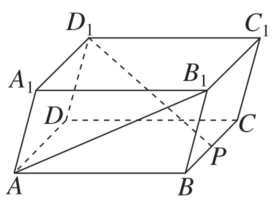
14. 如图,圆台 O_1O_2 的高为 4,上、下底面半径分别为 3,5,M,N 分别在上、下底面圆周上,且 $\langle\overrightarrow{O_2M},\overrightarrow{O_1N}\rangle=120°$,则 $|\overrightarrow{MN}|=$________.



15. 如图,在平行六面体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中,$\angle A_1AD=\angle A_1AB=\angle BAD=60°$,$AB=AD=2$,$AA_1=1$,$P$ 为 BC 的中点.

(1)求 $|\overrightarrow{D_1P}|$;

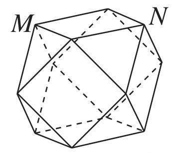
(2)求直线 AB_1 与 D_1P 所成角的余弦值.



思维训练篇

16. [2025·重庆七中高二月考] 在棱长为 2 的正方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中,EF 是正方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 外接球的直径,点 P 是正方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 表面上的一点,则 $\overrightarrow{PE}\cdot\overrightarrow{PF}$ 的取值范围是________.

17. 阿基米德多面体也称为半正多面体,是以边数不全相同的正多边形为面围成的多面体. 如图,已知一个阿基米德多面体的所有顶点均是某个正方体各条棱的中点,且正方体的棱长为 2,则该阿基米德多面体的体积为________;M,N 是该阿基米德多面体的同一面上不相邻的两个顶点,点 P 是该多面体表面上异于 M,N 的任意一点,则 $\overrightarrow{MN}\cdot\overrightarrow{MP}$ 的最大值为________.

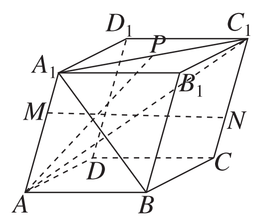


18. [2025·广东广州一中高二月考] 如图,在底面 $ABCD$ 为菱形的平行六面体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中,M,N 分别在棱 AA_1,CC_1 上,且 $A_1M=\frac{1}{3}AA_1$,$CN=\frac{1}{3}CC_1$,且 $\angle A_1AD=\angle A_1AB=\angle DAB=60°$.

(1)求证:D,M,B_1,N 共面;

(2)当 $\frac{AA_1}{AB}$ 为何值时,$AC_1\perp A_1B$;

(3)若 $AB=AA_1=1$,且 $\overrightarrow{A_1P}=\frac{1}{2}\overrightarrow{A_1C_1}$,求 AP 的长.



1.2 空间向量基本定理

基础夯实篇

1. 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，可以构成空间的一个基底的是（　）

A. $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD}$

B. $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AA_1},\overrightarrow{AB_1}$

C. $\overrightarrow{D_1A_1},\overrightarrow{D_1C_1},\overrightarrow{D_1D}$

D. $\overrightarrow{AC_1},\overrightarrow{A_1C},\overrightarrow{CC_1}$

2. 已知 $\{\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}\}$ 为空间的一个基底，则下列各项中，能构成空间的一个基底的是（　）

A. $\boldsymbol{a},\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b},\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$

B. $\boldsymbol{b},\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b},\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$

C. $\boldsymbol{c},\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b},\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$

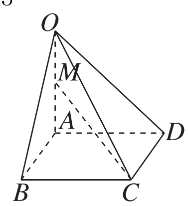
D. $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b},\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b},\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}$

3. [2025·福建泉州二中高二月考] 在三棱锥 $P-ABC$ 中，E 为棱 PC 上的一点，且 $PE=2EC$，若 $\overrightarrow{AP}=\boldsymbol{a},\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{b},\overrightarrow{AC}=\boldsymbol{c}$，则 $\overrightarrow{BE}=$（　）

A. $\boldsymbol{a}+\frac{2}{3}\boldsymbol{b}+\frac{1}{3}\boldsymbol{c}$　　B. $\frac{2}{3}\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}+\frac{1}{3}\boldsymbol{c}$

C. $\frac{1}{3}\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}+\frac{2}{3}\boldsymbol{c}$　　D. $\frac{1}{3}\boldsymbol{a}-\frac{2}{3}\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}$

4. 如图，已知 M 为 OA 的中点，以 $\{\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OC},\overrightarrow{OD}\}$ 为空间的一个基底，$\overrightarrow{CM}=x\overrightarrow{OA}+y\overrightarrow{OC}+z\overrightarrow{OD}$，则实数组 $(x,y,z)=$（　）



A. $\left(\frac{1}{2},-1,0\right)$　　B. $\left(\frac{1}{2},0,-1\right)$

C. $\left(-\frac{1}{2},1,0\right)$　　D. $\left(-\frac{1}{2},0,1\right)$

5. 已知 O 为平面 ABC 外一点，$\overrightarrow{AP}=-\frac{1}{4}\overrightarrow{OA}+\frac{1}{8}\overrightarrow{OB}+t\overrightarrow{OC}$，若 A,B,C,P 四点共面，则 $t=$（　）

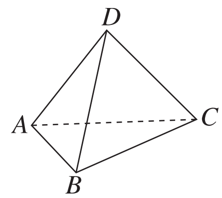
A. 1　　B. $\frac{1}{2}$　　C. $\frac{1}{8}$　　D. $\frac{1}{4}$

6. 已知 $\{\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}\}$ 是空间的一个单位正交基底，$\boldsymbol{m}=\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}+2\boldsymbol{c}$，则空间向量 $\boldsymbol{a}$ 在 $\boldsymbol{m}$ 上的投影向量为（　）

A. $\frac{1}{6}\boldsymbol{a}$　　B. $\sqrt{6}\boldsymbol{m}$

C. $\frac{\sqrt{6}}{6}\boldsymbol{m}$　　D. $\frac{1}{6}\boldsymbol{m}$

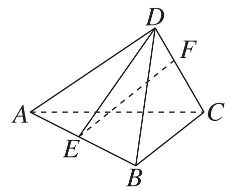
7. 如图，$\triangle ABC$ 和 $\triangle ACD$ 均是边长为 2 的正三角形，$\triangle ABD$ 是以 BD 为斜边的等腰直角三角形，则异面直线 AD 与 BC 所成角的大小为________.



8. 如图，在四面体 $ABCD$ 中，E,F 分别为 AB,DC 上的点，且 $AE=BE,CF=2DF$，设 $\overrightarrow{DA}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{DB}=\boldsymbol{b},\overrightarrow{DC}=\boldsymbol{c}$.

(1) 以 $\{\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}\}$ 为基底表示 $\overrightarrow{EF}$；

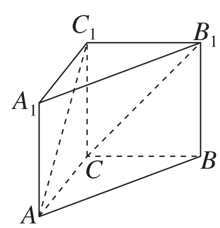
(2) 若 $\angle ADB=\angle BDC=\angle ADC=60^\circ$，且 $|\overrightarrow{DA}|=3,|\overrightarrow{DB}|=3,|\overrightarrow{DC}|=3$，求 $|\overrightarrow{EF}|$.



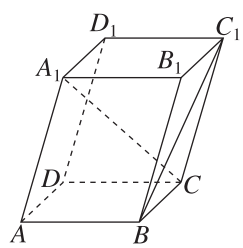
素养提能篇

9. 如图所示，在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AC\perp BC,AC=3,AB=5,AA_1=4$，则 $\cos\langle\overrightarrow{AC_1},\overrightarrow{B_1C}\rangle=$（　）

A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$　　B. $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$　　C. $\frac{\sqrt{15}}{5}$　　D. $-\frac{2\sqrt{2}}{5}$



第 9 题图



第 10 题图

10. 如图，在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$AB=AD,\angle BAD=\angle BAA_1=\angle DAA_1=60^\circ$，若 $A_1C\perp BC_1$，则 $\frac{AA_1}{AB}=$（　）

A. 1　　B. $\frac{1}{2}$　　C. $\frac{2}{3}$　　D. $\frac{3}{2}$

11. (多选题)[2025·广东东莞高二期末] 已知点 E,F 分别为正方体 $ABCD-A'B'C'D'$ 中平面 $A'B'C'D'$ 和平面 $C'CDD'$ 的中心,则 ( )

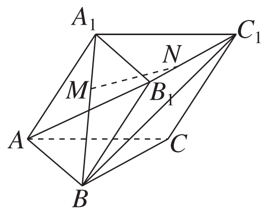
A. 对于任意的 x,y,均有 $\overrightarrow{AF},\overrightarrow{AD},x\overrightarrow{AB'}+y\overrightarrow{AC'}$ 共面

B. 对于任意的 x,y,$\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AA'}+x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AD}$

C. 存在 x,y,使得 $\overrightarrow{AF},\overrightarrow{AD},x\overrightarrow{AC'}+y\overrightarrow{AC}$ 共面

D. 不存在 x 使得 $\overrightarrow{AC'}=x(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CC'})$

12. (多选题)如图,在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中,M,N 分别是 A_1B,B_1C_1 上的点,且 $BM=2A_1M$,$C_1N=2B_1N$. 设 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a},\overrightarrow{AC}=\boldsymbol{b},\overrightarrow{AA_1}=\boldsymbol{c}$,若 $\angle BAC=90°,\angle BAA_1=\angle CAA_1=60°,AB=AC=AA_1=1$,则 ( )



A. $\overrightarrow{MN}=\frac{1}{3}\boldsymbol{a}+\frac{1}{3}\boldsymbol{b}+\frac{2}{3}\boldsymbol{c}$

B. $|\overrightarrow{MN}|=\frac{\sqrt{5}}{3}$

C. $\overrightarrow{AB_1}\perp\overrightarrow{BC_1}$

D. $\cos\langle\overrightarrow{AB_1},\overrightarrow{BC_1}\rangle=\frac{1}{6}$

13. 在正四面体 $OABC$ 中,$\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a},\overrightarrow{OB}=\boldsymbol{b},\overrightarrow{OC}=\boldsymbol{c}$,$M,N$ 分别是 OA,BC 上的点,$\overrightarrow{OM}=2\overrightarrow{MA}$,$\overrightarrow{BN}=2\overrightarrow{NC}$,则 $\overrightarrow{MN}=$__________(用 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 表示). 若 $|\boldsymbol{a}|=\sqrt{5}$,则 $|\overrightarrow{MN}|=$________.

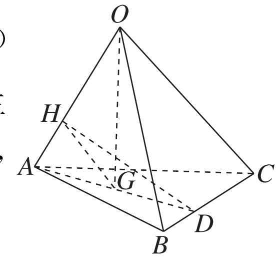
14. 在正四棱锥 $P-ABCD$ 中,点 M,N,S 分别是棱 PA,PB,PC 上的点,且 $\overrightarrow{PM}=x\overrightarrow{PA},\overrightarrow{PN}=y\overrightarrow{PB},\overrightarrow{PS}=z\overrightarrow{PC}$,其中 $x,y,z\in(0,1]$.

(1)若 $x=1,y=\frac{1}{2}$,且 PD∥平面 MNS,求 z 的值;

(2)若 $x=\frac{2}{3},y=\frac{1}{2}$,且点 $D\in$ 平面 MNS,求 z 的值.

思维训练篇

15. (多选题)如图所示,在四面体 $OABC$ 中,$OB=OC=4,OA=3,OB\perp OC$,且 $\angle AOB=\angle AOC=60°$,$\overrightarrow{CD}=\frac{2}{3}\overrightarrow{CB}$,$G$ 为 AD 的中点,点 H 是棱 OA 上的动点,则下列说法正确的是 ( )



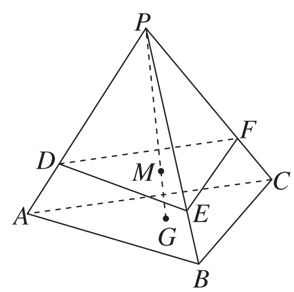
A. $\overrightarrow{OG}=\frac{1}{3}(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC})$

B. 当 H 是靠近 A 的三等分点时,$\overrightarrow{DH},\overrightarrow{OC},\overrightarrow{AB}$ 共面

C. 当 $\overrightarrow{OH}=\frac{5}{6}\overrightarrow{OA}$ 时,$\overrightarrow{GH}\perp\overrightarrow{OA}$

D. $\overrightarrow{DH}\cdot\overrightarrow{OH}$ 的最小值为 -1

16. 如图,在三棱锥 $P-ABC$ 中,点 G 为 $\triangle ABC$ 的重心,点 M 在 PG 上,且 $PM=3MG$,过点 M 任意作一个平面分别交 PA,PB,PC 于点 D,E,F,若 $\overrightarrow{PD}=m\overrightarrow{PA},\overrightarrow{PE}=n\overrightarrow{PB},\overrightarrow{PF}=t\overrightarrow{PC}$,求证:$\frac{1}{m}+\frac{1}{n}+\frac{1}{t}$ 为定值.



滚动习题（一）[范围 1.1～1.2]

（时间:45 分钟　分值:100 分）

一、选择题:本题共 7 小题,每小题 5 分,共 35 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 对于空间中的三个向量 $\overrightarrow{OA}$,$\overrightarrow{OB}$,$3\overrightarrow{OA}-2\overrightarrow{OB}$,它们一定是　　(　　)

A. 共面向量　　B. 共线向量

C. 不共面向量　　D. 无法判断

2. 若点 D 在$\triangle ABC$ 所在的平面外,$(\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{DC}+2\overrightarrow{AD})\cdot(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC})=0$,则$\triangle ABC$ 的形状是　　(　　)

A. 直角三角形　　B. 等腰直角三角形

C. 等腰三角形　　D. 无法确定

3. [2024·菏泽郓城一中高二月考] 已知$\{\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}\}$是空间的一个基底,$\boldsymbol{m}=2\boldsymbol{a}+3\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}$,$\boldsymbol{n}=x(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})+y(\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c})+4(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{c})$,若 $\boldsymbol{m}/\!/\boldsymbol{n}$,则 $x+y=$　　(　　)

A. 0　　B. -6

C. 6　　D. 5

4. 已知空间向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 满足 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}=\boldsymbol{0}$,$|\boldsymbol{a}|=2$,$|\boldsymbol{b}|=3$,$|\boldsymbol{c}|=4$,则 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为　　(　　)

A. 30°　　B. 45°

C. 60°　　D. 以上都不对

5. 在正三棱锥 P-ABC 中,$PA=AB=4$,点 D,E 分别是棱 PC,AB 的中点,则 $\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{PE}=$　　(　　)

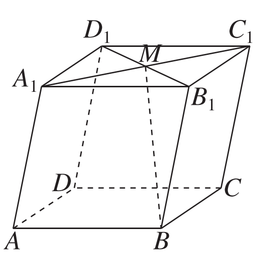
A. -2　　B. -4　　C. -8　　D. -10

6. 在平行六面体 $ABCD$-$A_1B_1C_1D_1$ 中,M 为 AC 与 BD 的交点,若 $\overrightarrow{A_1B_1}=\boldsymbol{a}$,$\overrightarrow{A_1D_1}=\boldsymbol{b}$,$\overrightarrow{A_1D}=\boldsymbol{c}$,则 $\overrightarrow{B_1M}=$　　(　　)

A. $-\frac{1}{2}\boldsymbol{a}+\frac{1}{2}\boldsymbol{b}+\frac{3}{2}\boldsymbol{c}$　　B. $\frac{1}{2}\boldsymbol{a}+\frac{1}{2}\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}$

C. $\frac{1}{2}\boldsymbol{a}-\frac{1}{2}\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}$　　D. $-\frac{1}{2}\boldsymbol{a}-\frac{1}{2}\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}$

7. 如图,平行六面体 $ABCD$-$A_1B_1C_1D_1$ 的底面 $ABCD$ 是边长为 2 的正方形,且$\angle A_1AD=\angle A_1AB=60^\circ$,$AA_1=3$,$M$ 为 A_1C_1,B_1D_1 的交点,则线段 BM 的长为　　(　　)



A. 3　　B. $\sqrt{10}$　　C. $\sqrt{11}$　　D. $2\sqrt{3}$

二、选择题:本题共 3 小题,每小题 6 分,共 18 分.在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求.全部选对的得 6 分,部分选对的得部分分,有选错的得 0 分.

8. [2025·江苏盐城高二期中] 下列说法正确的是　　(　　)

A. 若 A,B,C,D 是空间中任意四点,则有 $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DA}=\boldsymbol{0}$

B. 单位正交基底中的基向量的模为 1,且互相垂直

C. 将空间中所有的单位向量平移到同一个点为起点,则它们的终点轨迹是一个圆

D. 若空间向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 满足 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$,$\boldsymbol{b}=\boldsymbol{c}$,则 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{c}$

9. 若$\{\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}\}$是空间的一个基底,则下列各组中能构成空间的一个基底的有　　(　　)

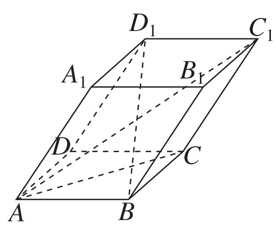
A. $\boldsymbol{a}$,$2\boldsymbol{b}$,$3\boldsymbol{c}$

B. $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$,$\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}$,$\boldsymbol{c}+\boldsymbol{a}$

C. $\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}$,$2\boldsymbol{b}+3\boldsymbol{c}$,$3\boldsymbol{a}-9\boldsymbol{c}$

D. $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}$,$\boldsymbol{b}$,$\boldsymbol{c}$

10. [2024·浙江温州高二期中] 如图,在平行六面体 $ABCD$-$A_1B_1C_1D_1$ 中,$AB=AD=1$,$AA_1=\sqrt{3}$,底面 $ABCD$ 为菱形,$\angle BAD=60^\circ$,直线 AA_1 与直线 AB,AD 所成的角均为 60°,则下列说法中正确的是　　(　　)



A. $\overrightarrow{BD_1}=\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AA_1}$

B. $\overrightarrow{AC_1}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA_1}$

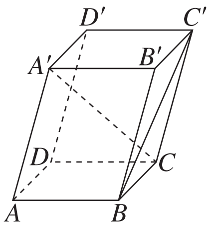
C. $\angle C_1AC=30^\circ$

D. $|\overrightarrow{AC_1}|=\sqrt{6+2\sqrt{3}}$

三、填空题:本题共 3 小题,每小题 5 分,共 15 分.

11. [2024·河北沧州高二期末] 已知 A,B,C,D 四点共面且任意三点不共线,平面 $ABCD$ 外一点 P 满足 $\overrightarrow{PD}=-2\overrightarrow{PA}+5\overrightarrow{PB}+\lambda\overrightarrow{PC}$,则 $\lambda=$________.

12. [2024·广东茂名信宜二中高二月考] 如图,在平行六面体 $ABCD-A'B'C'D'$ 中,$AB=2$,$AD=2$,$AA'=3$,$\angle BAD=\angle BAA'=\angle DAA'=60°$,则直线 BC' 与 CA' 所成角的余弦值为________.



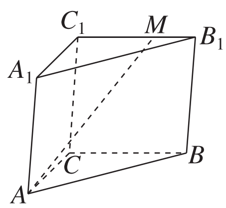
13. [2025·江苏盐城高二期末] 已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1,且满足 $\overrightarrow{DE}=x\overrightarrow{DA}+y\overrightarrow{DC}+(1-x-y)\overrightarrow{DD_1}$,则 $|\overrightarrow{DE}|$ 的最小值是________.

四、解答题:本题共 3 小题,共 32 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

14. (10 分)[2024·北京丰台区高二期中] 如图所示,在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中,$\overrightarrow{CA}=\boldsymbol{a}$,$\overrightarrow{CB}=\boldsymbol{b}$,$\overrightarrow{CC_1}=\boldsymbol{c}$,$CA=CB=CC_1=2$,$\angle ACB=\angle ACC_1=\frac{2\pi}{3}$,$\angle BCC_1=\frac{\pi}{2}$,点 M 在棱 C_1B_1 上,且 $C_1M=2MB_1$.

(1)用 $\boldsymbol{a}$,$\boldsymbol{b}$,$\boldsymbol{c}$ 表示向量 $\overrightarrow{AM}$;

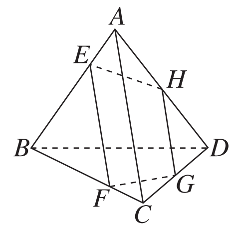
(2)求 $|\overrightarrow{AM}|$.



15. (11 分)如图,在各棱长均为 1 的四面体 $ABCD$ 中,H,G 分别是 AD,CD 的中点,且 $\frac{BF}{FC}=\frac{BE}{EA}=2$.

(1)求证:E,F,G,H 四点共面;

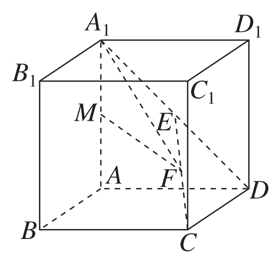
(2)用向量 $\overrightarrow{AB}$,$\overrightarrow{AC}$,$\overrightarrow{AD}$ 表示 $\overrightarrow{FG}$,并求出 $|\overrightarrow{FG}|$.



16. (11 分)如图,在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,E,M 分别是 A_1D,AA_1 的中点,F 是 EC 的中点.设 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$,$\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$,$\overrightarrow{AA_1}=\boldsymbol{c}$.

(1)用基底 $\{\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}\}$ 表示向量 $\overrightarrow{A_1F}$.

(2)棱 BC 上是否存在一点 G,使得 $MF\perp EG$?若存在,求出 G 的位置;若不存在,请说明理由.



1.3 空间向量及其运算的坐标表示

1.3.1 空间直角坐标系

基础夯实篇

1. 在空间直角坐标系 $Oxyz$ 中，点 $M(-2,6,1)$ 关于 y 轴对称的点的坐标为 （　）

A. $(2,-6,1)$　　B. $(2,6,-1)$

C. $(-2,-6,-1)$　　D. $(2,-6,-1)$

2. 已知 $\boldsymbol{i},\boldsymbol{j},\boldsymbol{k}$ 分别是空间直角坐标系 $Oxyz$ 中 x 轴、y 轴、z 轴的正方向上的单位向量，且 $\overrightarrow{OB}=-\boldsymbol{i}+\boldsymbol{j}-\boldsymbol{k}$，则点 B 的坐标是 （　）

A. $(-1,1,-1)$　　B. $(-\boldsymbol{i},\boldsymbol{j},-\boldsymbol{k})$

C. $(1,-1,-1)$　　D. 不确定

3. 在空间直角坐标系 $Oxyz$ 中，已知点 B 是点 $A(1,-2,1)$ 在坐标平面 Oyz 内的射影，则 $\overrightarrow{OB}=$ （　）

A. $(1,-2,1)$　　B. $(1,-2,0)$

C. $(0,-2,1)$　　D. $(1,0,1)$

4. 在空间直角坐标系 $Oxyz$ 中，已知点 $P(1,3,5)$，点 $Q(-1,3,-5)$ 则 （　）

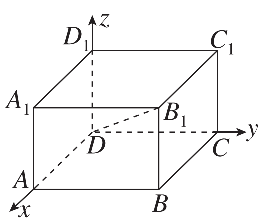
A. 点 P 和点 Q 关于 x 轴对称

B. 点 P 和点 Q 关于 y 轴对称

C. 点 P 和点 Q 关于 z 轴对称

D. 点 P 和点 Q 关于原点中心对称

5. 如图所示，以长方体 $ABCD$-$A_1B_1C_1D_1$ 的顶点 D 为坐标原点，以 $\overrightarrow{DA},\overrightarrow{DC},\overrightarrow{DD_1}$ 的方向分别为 x 轴、y 轴、z 轴的正方向，建立空间直角坐标系，若 $\overrightarrow{DB_1}$ 的坐标为 $(4,3,2)$，则 C_1 的坐标是 （　）



A. $(0,3,2)$　　B. $(0,4,2)$

C. $(4,0,2)$　　D. $(2,3,4)$

6. （多选题）在空间直角坐标系 $Oxyz$ 中，已知点 $P(x,y,z)$，则下列叙述正确的是 （　）

A. 点 P 关于 x 轴对称的点为 $P_1(x,-y,-z)$

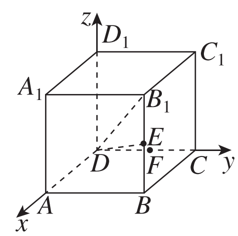
B. 点 P 关于坐标平面 Oyz 对称的点为 $P_2(x,-y,z)$

C. 点 P 关于原点对称的点为 $P_3(-x,-y,-z)$

D. 点 P 关于坐标平面 Oxy 对称的点为 $P_4(x,-y,z)$

7. [2024·山西大同高二期中] 在空间直角坐标系 $Oxyz$ 中，已知点 P 在坐标平面 Oxy 上的射影为 $P_1(1,2,0)$，在坐标平面 Oyz 上的射影为 $P_2(0,2,1)$，则点 P 的坐标为________.

8. 已知 $ABCD$-$A_1B_1C_1D_1$ 是棱长为 2 的正方体，E,F 分别为 BB_1 和 DC 的中点，以 $\left\{\frac{1}{2}\overrightarrow{DA},\frac{1}{2}\overrightarrow{DC},\frac{1}{2}\overrightarrow{DD_1}\right\}$ 为单位正交基底，建立如图所示的空间直角坐标系，试写出 $\overrightarrow{DB_1},\overrightarrow{DE},\overrightarrow{DF}$ 的坐标.



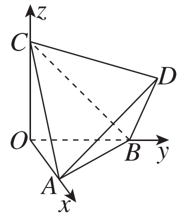
素养提能篇

9. [2025·广州八十九中高二月考] 在空间直角坐标系中，点 $P(1,2,3)$ 关于点 $M(1,-2,0)$ 对称的点的坐标是 （　）

A. $(1,6,3)$　　B. $(-1,2,3)$

C. $(1,-6,-3)$　　D. $\left(1,0,\frac{3}{2}\right)$

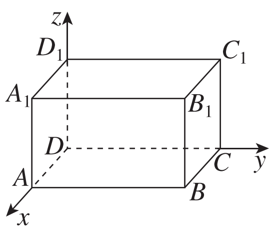
10. 如图，棱长为 $\sqrt{2}$ 的正四面体 $ABCD$ 的三个顶点 A,B,C 分别在空间直角坐标系的坐标轴 Ox，Oy，Oz 上，则定点 D 的坐标为 （　）



A. $(1,1,1)$　　B. $(\sqrt{2},\sqrt{2},\sqrt{2})$

C. $(\sqrt{3},\sqrt{3},\sqrt{3})$　　D. $(2,2,2)$

11. ［2024·四川成都石室中学高二月考］在长方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中，$AB=5$，$AD=4$，$AA_1=3$，以 D 为原点，DA，DC，DD_1 所在直线分别为 x 轴、y 轴、z 轴，建立如图所示的空间直角坐标系 $Dxyz$，则下列结论中不正确的是 （　）



A. 点 A 关于直线 DD_1 对称的点为 $(-4,0,0)$

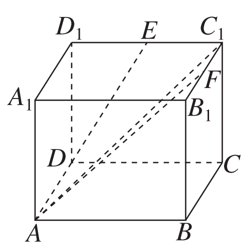
B. 点 C_1 关于点 B 对称的点为 $(8,5,-3)$

C. 点 B_1 的坐标为 $(3,5,4)$

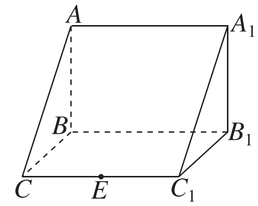
D. 点 C 关于平面 ABB_1A_1 对称的点为 $(8,5,0)$

12. 设 $\{\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}\}$ 是空间中的一个单位正交基底，向量 $\boldsymbol{p}=\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}+3\boldsymbol{c}$，$\{\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b},\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}\}$ 是空间的另一个基底，则 $\boldsymbol{p}$ 在基底 $\{\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b},\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}\}$ 下的坐标为________.

13. 如图，在长方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中，E，F 分别为 D_1C_1，B_1C_1 的中点，若以 $\{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AA_1}\}$ 为基底，则向量 $\overrightarrow{AE}$ 的坐标为________，向量 $\overrightarrow{AF}$ 的坐标为________，向量 $\overrightarrow{AC_1}$ 的坐标为________.



14. ［2024·福建福清高二期中］如图，在三棱柱 $ABC\text{-}A_1B_1C_1$ 中，$AB\perp$ 平面 BB_1C_1C，E 为棱 C_1C 的中点，已知 $AB=\sqrt{2}$，$BB_1=2$，$BC=1$，$\angle BCC_1=\dfrac{\pi}{3}$. 试建立合适的空间直角坐标系，求出图中所有点的坐标.



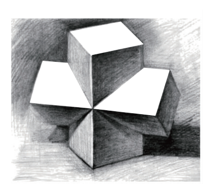
思维训练篇

15. 在空间直角坐标系中，已知 $A(0,3,0)$，$B(0,0,0)$，$C(4,0,0)$，$D(0,3,2)$，则四面体 $ABCD$ 外接球的表面积为 （　）

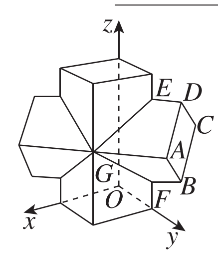
A. 29π　　B. 28π

C. 32π　　D. 30π

16. “十字贯穿体”是学习素描时常用的几何体实物模型，图①是某同学绘制“十字贯穿体”的素描作品.“十字贯穿体”是由两个完全相同的正四棱柱“垂直贯穿”构成的多面体，其中一个四棱柱的每一条侧棱分别垂直于另一个四棱柱的每一条侧棱，两个四棱柱分别有两条相对的侧棱交于两点，另外两条相对的侧棱交于一点（该点为所在棱的中点）. 若该同学绘制的“十字贯穿体”由两个底面边长为 2，高为 $4\sqrt{2}$ 的正四棱柱构成，在其直观图中建立如图②所示的空间直角坐标系 $Oxyz$，则点 C 的坐标为________.



图①



图②

1.3.2 空间向量运算的坐标表示

基础夯实篇

1. 已知 $A(1,-1,3)$，$B(0,2,-1)$，则向量 $\overrightarrow{AB}$ 的坐标是 （　）

A. $(1,3,-4)$　　B. $(-1,3,-4)$

C. $(1,-3,-4)$　　D. $(-1,-3,4)$

2. [2024·陕西咸阳高二期中] 若 $\overrightarrow{AB}=(-1,2,3)$，$\overrightarrow{BC}=(1,-1,-5)$，则 $|\overrightarrow{AC}|=$ （　）

A. 10　　B. 3

C. $\sqrt{10}$　　D. $\sqrt{5}$

3. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(x,y,-1)$，$\boldsymbol{b}=(2,0,-2)$，若 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$，则 $y-x=$ （　）

A. -1　　B. 1

C. $\frac{1}{2}$　　D. $-\frac{1}{2}$

4. 已知 $\boldsymbol{a}=(-2,1,3)$，$\boldsymbol{b}=(-1,1,1)$，若 $\boldsymbol{a}\perp(\boldsymbol{a}-\lambda\boldsymbol{b})$，则实数 λ 的值为 （　）

A. -2　　B. $-\frac{14}{3}$

C. $\frac{7}{3}$　　D. 2

5. [2025·重庆杨家坪中学高二月考] 已知向量 $\boldsymbol{a}=(0,0,2)$，$\boldsymbol{b}=(-1,1,1)$，则向量 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 在向量 $\boldsymbol{a}$ 上的投影向量为 （　）

A. $(0,0,3)$　　B. $(0,0,6)$

C. $(-3,3,9)$　　D. $(3,-3,-9)$

6. 设 $A(1,2,-1)$，$B(2,-3,1)$ 在 Ozx 平面上的射影分别为 A_1，B_1，则线段 A_1B_1 的长为________.

7. [2024·河南焦作高二期中] 已知点 $O(0,0,0)$，$A(2,0,1)$，$B(-1,0,2)$，则 $\triangle OAB$ 的面积为________.

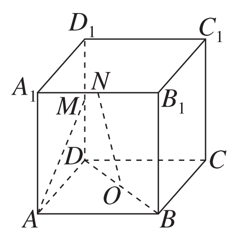
8. [2025·重庆万州一中高二月考] 已知向量 $\boldsymbol{a}=(1,3,2)$，$\boldsymbol{b}=(-2,1,4)$，$\boldsymbol{c}=(5,1,x)$.

(1)若 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{c}$，求实数 x 的值；

(2)若 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 不能构成空间向量的一个基底，求实数 x 的值.

素养提能篇

9. 如图所示，在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，O 是 BD 的中点，M 是 D_1D 的中点，N 是 A_1B_1 的中点，则直线 NO，AM 的位置关系是 （　）



A. 平行　　B. 相交

C. 异面且垂直　　D. 异面不垂直

10. [2024·天津北辰区高二期中] 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，E 为 CC_1 的中点，$\overrightarrow{BM}=2\overrightarrow{MC}$，$\overrightarrow{B_1N}=\lambda\overrightarrow{B_1B}$，$\overrightarrow{A_1N}=x\overrightarrow{AM}+y\overrightarrow{AE}$，则 $x+y-\lambda=$ （　）

A. 0　　B. 1

C. 2　　D. 3

11. (多选题)已知点 P 是 $\triangle ABC$ 所在平面外一点，$\overrightarrow{AB}=(-2,1,4)$，$\overrightarrow{AC}=(4,2,0)$，$\overrightarrow{AP}=(1,-2,1)$，则下列结论正确的是 （　）

A. $AP\perp AB$　　B. $AP\perp BP$

C. $BC=\sqrt{53}$　　D. $AP/\!/BC$

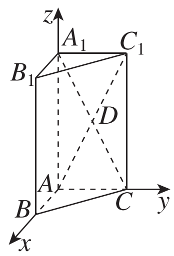
12. (多选题)在空间直角坐标系 $Oxyz$ 中,已知点 $A(3,2,-1)$,$B(m,1,n)$,$C(2,p,q)$,其中 m,n,p,$q\in\mathbf{R}$,若四边形 $OABC$ 为菱形,则 ( )

A. $m=5$　　B. $p=-1$

C. $n=\pm2$　　D. $q=\pm3$

13. 在空间直角坐标系中,已知 $A(1,2,0)$,$B(0,1,-1)$,P 是 x 轴上的动点. 当 $|\overrightarrow{PA}|=|\overrightarrow{PB}|$ 时,点 P 的坐标为________;当 $\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{BP}$ 取最小值时,点 P 的坐标为________.

14. 如图,在直三棱柱 $ABC\text{-}A_1B_1C_1$ 中,$AB\perp AC$,$AB=AC=1$,$AA_1=2$,以 A 为坐标原点,建立如图所示的空间直角坐标系,若 D 为 A_1C 与 AC_1 的交点,点 E 为空间中一点,且满足 $B_1C_1/\!/ED$,$EB_1/\!/DC_1$,则点 E 的坐标为________.



15. [2025·山东菏泽外国语学校高二月考] 在直三棱柱 $ABC\text{-}A_1B_1C_1$ 中,已知底面正三角形的边长为 2,三棱柱的高为 3.

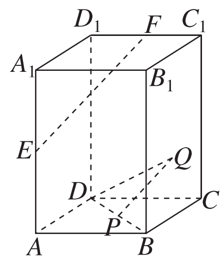
(1)建立适当的空间直角坐标系,标出所有顶点的坐标;

(2)取 AA_1 的中点 E,BC 的中点 F,求 $\overrightarrow{EC_1}$,$\overrightarrow{EF}$;

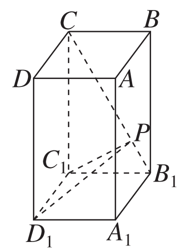
(3)在(2)的条件下,求 $\cos\langle\overrightarrow{EC_1},\overrightarrow{C_1B}\rangle$ 的值.

思维训练篇

16. 如图,在正四棱柱 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中,E,F,P 分别是 AA_1,C_1D_1,BD 的中点,且 $AA_1=3$,$AB=AD=2$,Q 是平面 CDD_1C_1 内一点,若 $\overrightarrow{EF}/\!/\overrightarrow{PQ}$,则 $|\overrightarrow{DQ}|=$________.



17. [2025·广东东莞高二月考] 如图,在长方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中,$CC_1=C_1D_1=\sqrt{3}$,$C_1B_1=1$,点 P 为面对角线 B_1C 上的一点,则 $\overrightarrow{C_1P}\cdot\overrightarrow{D_1P}$ 的取值范围为________.



18. 在棱长为 2 的正方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中,点 E,F 分别为棱 AD,BB_1 的中点. 点 P 为正方体表面上的动点,且满足 $A_1P\perp EF$. 给出下列四个结论:

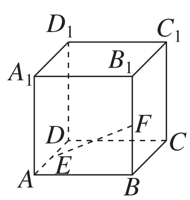
①A_1P 的长度的最大值为 $2\sqrt{3}$;

②存在点 P,使得 $DP/\!/EF$;

③存在点 P,使得 $B_1P=DP$;

④存在点 P,使得△EPF 是等腰三角形.

其中,所有正确结论的序号是________.



1.4 空间向量的应用

1.4.1 用空间向量研究直线、平面的位置关系

第 1 课时 空间中点、直线和平面的向量表示

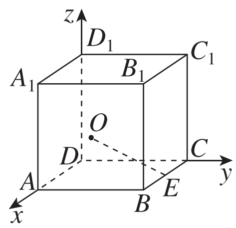
基础夯实篇

1. 若 $\boldsymbol{a}=(1,2,3)$是平面 γ 的一个法向量，则下列向量中能作为平面 γ 的一个法向量的是 ( )

A. $(0,1,2)$ B. $(3,6,9)$

C. $(-1,-2,3)$ D. $(3,6,8)$

2. 在棱长为 1 的正方体 $ABCD$-$A_1B_1C_1D_1$ 中，O 为平面 A_1ABB_1 的中心，E 为 BC 的中点. 以 D 为原点，以$\{\overrightarrow{DA},\overrightarrow{DC},\overrightarrow{DD_1}\}$为空间的一个单位正交基底，建立如图所示的空间直角坐标系 $Dxyz$，则直线 OE 的一个方向向量为 $\boldsymbol{u}=$ ( )



A. $(-1,1,1)$ B. $(-1,1,-1)$

C. $(-1,2,1)$ D. $(-1,2,-1)$

3. 已知向量 $\overrightarrow{AB}=(-1,1,1)$，$\overrightarrow{AC}=(1,-1,0)$，则平面 ABC 的一个法向量为 $\boldsymbol{n}=$ ( )

A. $(1,1,0)$ B. $(1,-1,0)$

C. $(1,1,2)$ D. $(-1,1,2)$

4. 在空间直角坐标系中，直线 l 过点 $A(1,0,-1)$，且 $\boldsymbol{\mu}=(3,2,4)$为直线 l 的一个方向向量，若 $M(x,y,z)$为直线 l 上的任意一点，则点 M 的坐标满足的关系式是 ( )

A. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z+1}{4}$ B. $\dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-1}{4}$

C. $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z+1}{4}$ D. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{4}=\dfrac{z+1}{3}$

5. 已知平面 α 内有一点 $M(1,-1,2)$，平面 α 的一个法向量为 $\boldsymbol{n}=(6,-3,6)$，点 $P(a,3,3)$在平面 α 内，则 $a=$ ( )

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

6. (多选题)[2025·山东济宁高二期中] 在平行六面体 $ABCD$-$A'B'C'D'$中，若 AB 所在直线的一个方向向量为$(-2,1,3)$，则 $C'D'$所在直线的一个方向向量可能为 ( )

A. $(2,1,3)$ B. $(2,-1,-3)$

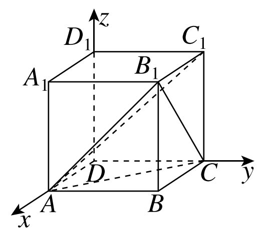
C. $(-4,2,6)$ D. $(4,-2,6)$

7. 已知平面 $\alpha\cap$平面 $\beta=l$，若 α,β 的一个法向量分别为 $\boldsymbol{n}_1=(1,0,1)$，$\boldsymbol{n}_2=(0,-1,1)$，直线 l 的一个方向向量为 $\boldsymbol{e}=(\lambda,\mu,-2)$，则 $\lambda-\mu=$ ________.

8. 在正方体 $ABCD$-$A_1B_1C_1D_1$ 中，以 D 为坐标原点，建立如图所示的空间直角坐标系.

(1)求直线 AC_1 的一个方向向量；

(2)求平面 ACB_1 的一个法向量.



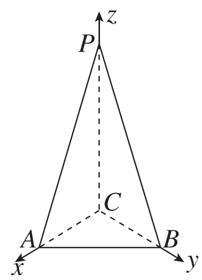
素养提能篇

9. 从点 $A(2,-1,7)$沿向量 $\boldsymbol{a}=(8,9,-12)$的方向取线段 AB，且$|\overrightarrow{AB}|=34$，则点 B 的坐标为 ( )

A. $(18,17,-17)$ B. $(-14,-19,17)$

C. $\left(6,\dfrac{7}{2},1\right)$ D. $\left(-2,-\dfrac{11}{2},13\right)$

10. 在三棱锥 $P\text{-}ABC$ 中，CP，CA，CB 两两垂直，$AC=CB=1$，$PC=2$，如图，建立空间直角坐标系，则下列向量中是平面 PAB 的法向量的是 ( )



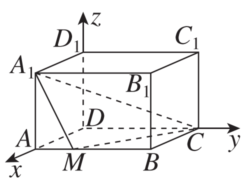
A. $\boldsymbol{n}_1=\left(1,1,\frac{1}{2}\right)$

B. $\boldsymbol{n}_2=(1,\sqrt{2},1)$

C. $\boldsymbol{n}_3=(1,1,1)$

D. $\boldsymbol{n}_4=(2,-2,1)$

11. 在长方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中，$AB=3$，$BC=4$，$CC_1=2$，M 在棱 AB 上. 以 D 为坐标原点，DA，DC，DD_1 所在直线分别为 x 轴、y 轴、z 轴，建立如图所示的空间直角坐标系. 若平面 MCA_1 的一个法向量为 $\boldsymbol{n}=(1,2,1)$，则 $\frac{AM}{MB}=$ ( )



A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{2}{3}$ D. 1

12. (多选题)[2025・江苏无锡二中高二期末] 已知空间三点 $A(0,x,0)$，$B(2,2,0)$，$C(-1,3,1)$，则下列结论正确的有 ( )

A. 存在唯一的实数 x 使 $\overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{AC}$

B. 对任意实数 x，A，B，C 三点都不共线

C. 当 $x=1$ 时，AB 与 BC 所成角的余弦值是 $\frac{\sqrt{55}}{11}$

D. 当 $x=1$ 时，$\boldsymbol{m}=(1,-2,5)$ 是平面 ABC 的一个法向量

13. [2024・北京广渠门中学高二月考] 已知平面 α 的一个法向量为 $\boldsymbol{n}=(3,1,2)$，$P(1,-1,1)$，$Q\left(1,3,\frac{3}{2}\right)$，点 $A(2,-1,2)$ 为平面 α 内的一点，则 P________α，Q________α.(填“$\in$”或“$\notin$”).

14. 已知直线 l 的一个方向向量为 $\boldsymbol{a}=(2,1,1)$，且直线 l 过点 $M(1,0,-1)$. 若平面 α 过直线 l 与点 $N(1,2,3)$，则平面 α 的一个法向量是________.

15. 已知正四面体 $A\text{-}BCD$ 的棱长为 a，试建立空间直角坐标系，确定各棱所在直线的一个方向向量.

思维训练篇

16. 阅读下面材料：在空间直角坐标系 $Oxyz$ 中，过点 $P(x_0,y_0,z_0)$ 且一个法向量为 $\boldsymbol{m}=(a,b,c)$ 的平面 α 的方程为 $a(x-x_0)+b(y-y_0)+c(z-z_0)=0$，过点 $P(x_0,y_0,z_0)$ 且一个方向向量为 $\boldsymbol{n}=(u,v,w)(uvw\neq0)$ 的直线 l 的方程为 $\frac{x-x_0}{u}=\frac{y-y_0}{v}=\frac{z-z_0}{w}$. 根据上述材料，解决下面问题：若直线 l 是两个平面 $x-2y+2=0$ 与 $2x-z+1=0$ 的交线，则直线 l 的一个方向向量为 ( )

A. $(2,1,4)$ B. $(1,3,5)$

C. $(1,-2,0)$ D. $(2,0,-1)$

17. 已知正方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2，点 E 是正方形 $A_1B_1C_1D_1$ 的中心，点 F 是正方体棱上的点，以 A 为坐标原点，分别以 $\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{AD}$，$\overrightarrow{AA_1}$ 的方向为 x 轴、y 轴和 z 轴的正方向建立空间直角坐标系，若平面 BEF 的一个法向量为 $\boldsymbol{n}=(8,2,3)$，则点 F 所在的棱可以是 ( )

A. AD B. CD

C. CC_1 D. DD_1

第 2 课时　空间中直线、平面的平行与垂直

基础夯实篇

1. 直线 l_1 的一个方向向量为 $\boldsymbol{v}_1=(1,0,-1)$，直线 l_2 的一个方向向量为 $\boldsymbol{v}_2=(-2,0,2)$，则直线 l_1 与 l_2 的位置关系是　（　）

A. 平行　　B. 相交

C. 垂直　　D. 不能确定

2. ［2024·江苏淮安高二期中］已知直线 l 的一个方向向量为 $(2,1,m)$，平面 α 的一个法向量为 $\left(1,\frac{1}{2},2\right)$，若 $l/\!/\alpha$，则 $m=$　（　）

A. $\frac{5}{4}$　　B. $-\frac{5}{4}$

C. 4　　D. -4

3. 已知平面 α 的一个法向量为 $(1,2,-2)$，平面 β 的一个法向量为 $(-2,-4,k)$，若 $\alpha/\!/\beta$，则 $k=$　（　）

A. 2　　B. -4　　C. 4　　D. -2

4. ［2025·北京首师附属实验学校高二月考］已知 $\boldsymbol{n}$ 为平面 α 的一个法向量，$\boldsymbol{a}$ 为直线 l 的一个方向向量，则“$\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{n}$”是“$l/\!/\alpha$”的　（　）

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

5. （多选题）已知平面 α 与平面 β 垂直，若 $\boldsymbol{n}=(2,-4,8)$ 是平面 β 的一个法向量，则平面 α 的一个法向量可能为　（　）

A. $(0,-2,-1)$

B. $(-6,-2,1)$

C. $(3,4,1)$

D. $(-2,-3,-1)$

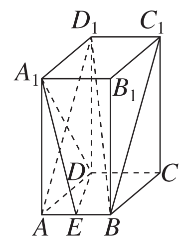
6. 直线 l 的一个方向向量为 $\boldsymbol{a}=(2,0,4)$，平面 α 的一个法向量为 $\boldsymbol{n}=\left(1,-2,-\frac{1}{2}\right)$，则 l 与 α 的位置关系为__________.

7. 已知平面 α 内的三点 $A(0,0,1)$，$B(0,1,0)$，$C(1,0,0)$，平面 β 的一个法向量为 $\boldsymbol{n}=(-1,-1,-1)$，且 β 与 α 不重合，则 β 与 α 的位置关系是________.

8. 如图，在长方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中，$AB=1$，$AA_1=AD=2$，点 E 为 AB 的中点.

(1)求证：$A_1D\perp$平面 ABC_1D_1；

(2)求证：$BD_1/\!/$平面 A_1DE.



素养提能篇

9. 已知直线 l 和平面 ABC，若直线 l 的一个方向向量为 $\boldsymbol{n}=(1,-2,-5)$，向量 $\overrightarrow{AB}=(1,0,-1)$，$\overrightarrow{AC}=(2,1,0)$，则下列结论一定正确的为　（　）

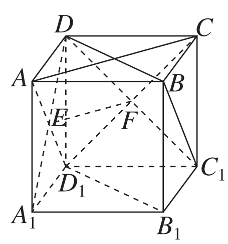
A. $l\perp$平面 ABC

B. l 与平面 ABC 相交，但不垂直

C. $l/\!/$直线 BC

D. $l/\!/$平面 ABC 或 $l\subset$平面 ABC

10. 如图，在正方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中，$A_1D\cap AD_1=E$，$CD_1\cap C_1D=F$，则下列结论中正确的是　（　）



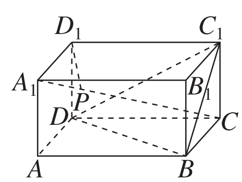
A. $BB_1/\!/$平面 ACD_1

B. 平面 $BDC_1\perp$平面 ACD_1

C. $EF\perp$平面 BDD_1B_1

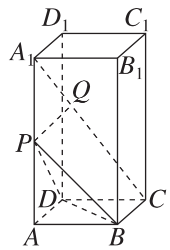
D. 平面 ABB_1A_1 内存在与 EF 平行的直线

11. 如图，在长方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中，$AB=BC=2AA_1$，当 $\overrightarrow{A_1C}=\lambda\overrightarrow{A_1P}$ 时，$D_1P/\!/$平面 BDC_1，则实数 λ 的值为　（　）



A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. $\frac{5}{2}$

12. (多选题)如图,在正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,$AA_1=2AB$,P 为 AA_1 的中点,Q 为 A_1C 上的动点,下列结论正确的是 ( )



A. 若 PQ∥平面 $ABCD$,则 $A_1Q=\frac{1}{4}A_1C$

B. 若 PQ∥平面 $ABCD$,则 $A_1Q=\frac{1}{2}A_1C$

C. 若 $PQ\perp$平面 PBD,则 $A_1Q=\frac{1}{4}A_1C$

D. 若 $PQ\perp$平面 PBD,则 $A_1Q=\frac{1}{3}A_1C$

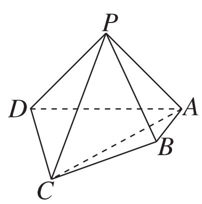
13. [2025·浙江杭州学军中学高二期中]空间中 $A(1,0,0)$,$B(0,1,0)$,$C(1,1,2)$,$D(0,0,1)$,$E(1,a,b)$,其中 $a,b\in\mathbf{R}$,且 $DE\perp$平面 ABC,则 $a+b$ 的值为________.

14. [2025·湖南长沙长郡中学高二期中]已知正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的侧棱长为 2,底面边长为 1,M 是 BC 的中点,若在侧棱 CC_1 上存在一点 N,使得 $MN\perp AB_1$,则 $CN=$________.

15. [2025·福建福州高二期中]如图,在四棱锥 $P-ABCD$ 中,平面 $PAD\perp$平面 $ABCD$,$PA\perp PD$,$PA=PD$,$AB\perp AD$,$AB=1$,$AD=2$,$AC=CD=\sqrt{5}$.

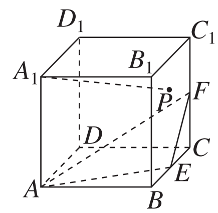
(1)求证:$PD\perp$平面 PAB.

(2)在棱 PA 上是否存在点 M,使得 BM∥平面 PCD?若存在,求出$\frac{PM}{PA}$的值;若不存在,请说明理由.



思维训练篇

16. [2025·广东韶关高二期中]在棱长为 2 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,点 E,F 分别是棱 BC,CC_1 的中点,P 是侧面 BCC_1B_1 内一点,若 A_1P∥平面 AEF,则线段 A_1P 的长度的最小值是 ( )



A. $\frac{3\sqrt{3}}{4}$　　B. $\frac{3\sqrt{2}}{4}$

C. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$　　D. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

17. 如图,在四棱锥 $P-ABCD$ 中,底面 $ABCD$ 是菱形,$\angle DAB=60°$,$PD\perp$平面 $ABCD$,$PD=1$,$AD=1$,点 E,F 分别为 AB,PD 的中点.

(1)求证:直线 AF∥平面 PCE.

(2)在线段 PE 上是否存在点 M,使得 $DM\perp$平面 ABF?若存在,求出$\frac{PM}{ME}$的值;若不存在,请说明理由.